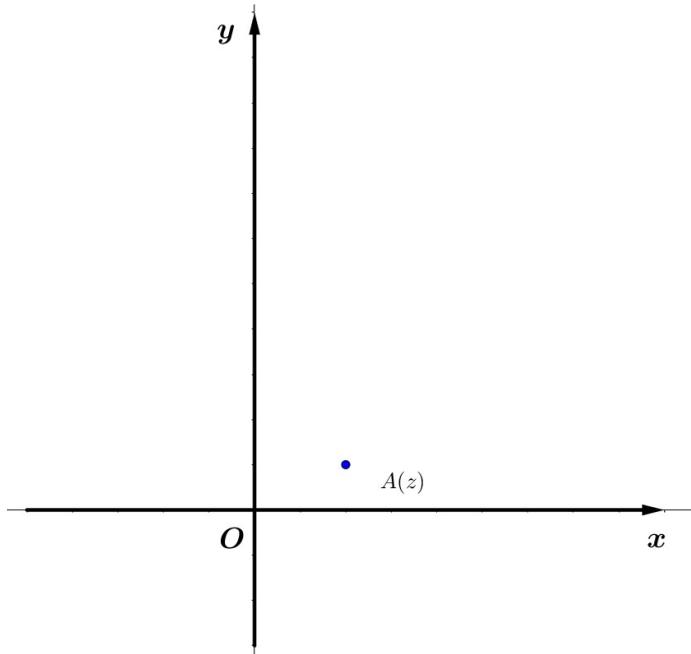


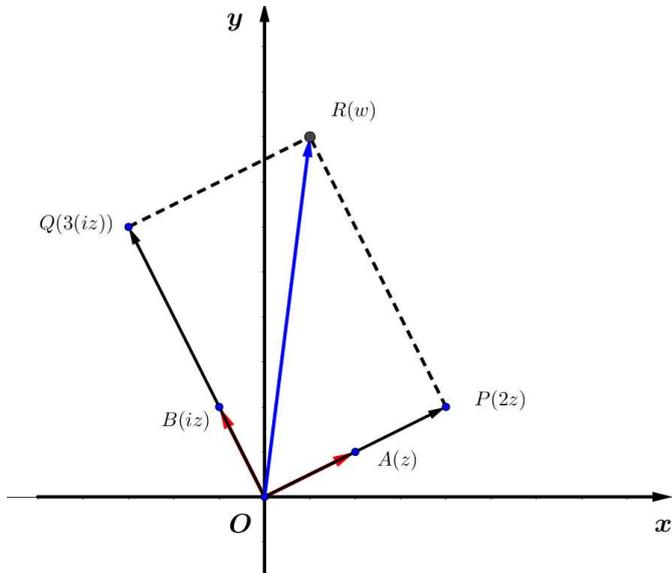
## 複數極式的乘法

- ◆ 如圖，A 點代表的複數為  $z$ ，令  $w=(2+3i)z$ 。
- (1)請在複數平面上畫出  $B(iz)$ 、 $P(2z)$ 、 $Q(3(iz))$ 、 $R(w)$
  - (2)設  $|z|=r$ ，請用  $r$  表示  $|w|$ 。
  - (3)請問  $|w|$  與  $|2+3i||z|$  是否相等，並說明理由。
  - (4)試問  $\angle POR$  是否會等於  $2+3i$  的主幅角呢？說明理由。
  - (5)試問  $w$  的主幅角是否會等於  $z$  主幅角與  $2+3i$  主幅角的和呢？



[解法]：

(1)各點位置如下圖所示：



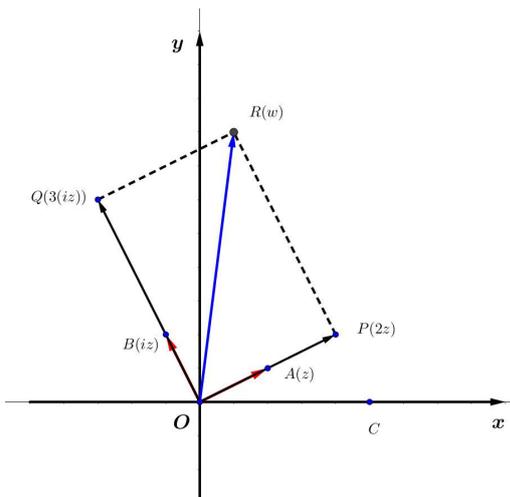
$$(2) |w| = \sqrt{|2z|^2 + |3(iz)|^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} |z| = \sqrt{13} r。$$

$$(3) \because |2+3i||z| = \sqrt{2^2 + 3^2} |z| = \sqrt{13} r = |w|, \therefore |w| = |2+3i||z|$$

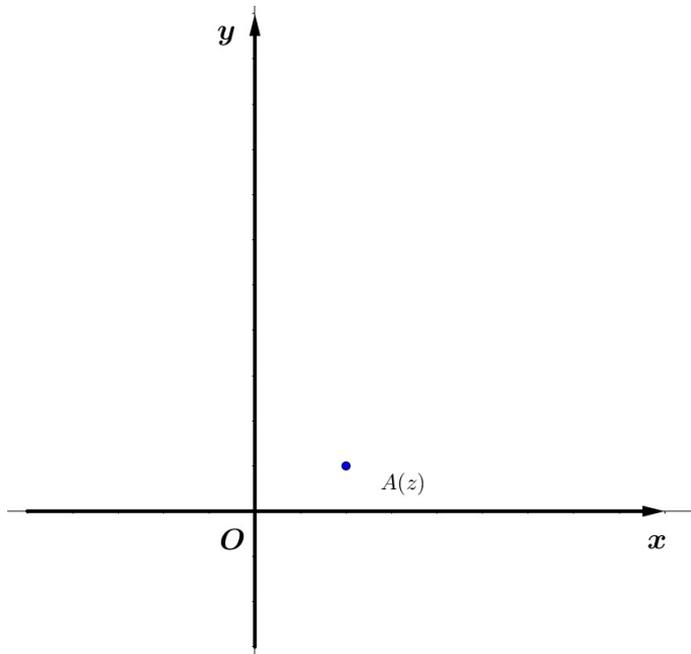
$$(4) \because \frac{\overline{PR}}{OP} = \frac{3}{2}, \text{ 且 } 2+3i \text{ 的主幅角介於 } 0^\circ \text{ 到 } 90^\circ \text{ 之間,}$$

$\therefore \angle POR$  等於  $2+3i$  的主幅角。

(5)從圖形可以得知  $w$  的主幅角  $\angle COR = \angle COP + \angle POR = (z \text{ 主幅角}) + (2+3i \text{ 主幅角})。$

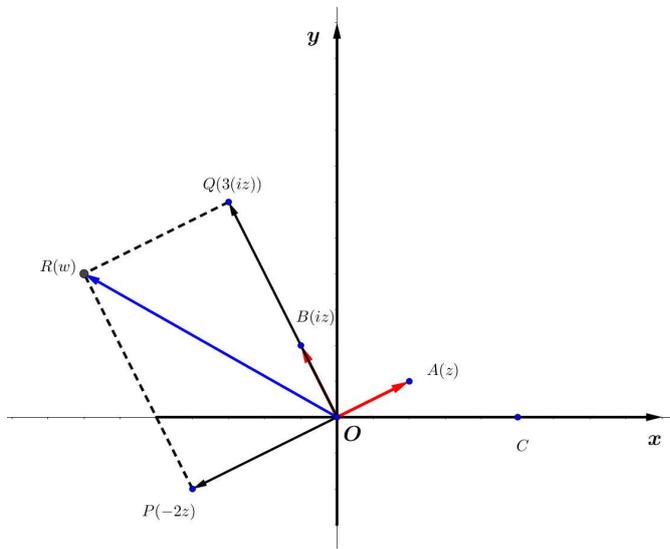


- ◆ 如圖，A 點代表的複數為  $z$ ，令  $w=(-2+3i)z$ 。
- (1)請在複數平面上畫出  $B(iz)$ 、 $P(-2z)$ 、 $Q(3(iz))$ 、 $R(w)$
  - (2)設  $|z|=r$ ，請用  $r$  表示  $|w|$ 。
  - (3)請問  $|w|$  與  $|-2+3i||z|$  是否相等，並說明理由。
  - (4)試問  $\angle POR$  是否會等於  $-2+3i$  的主幅角呢？說明理由。
  - (5)試問  $w$  的主幅角是否會等於  $z$  主幅角與  $2+3i$  主幅角的和呢？



[解法]：

(1) 各點位置如下圖所示：



$$(2) |w| = \sqrt{|-2z|^2 + |3(iz)|^2} = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} |z| = \sqrt{13} r \circ$$

$$(3) \because |-2+3i||z| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} |z| = \sqrt{13} r = |w|, \therefore |w| = |-2+3i||z|$$

(4)  $-2+3i$  的主幅角介於  $90^\circ$  與  $180^\circ$  之間，因此  $\angle POR \neq \text{Arg}(-2+3i)$ 。

事實上  $\text{Arg}(-2+3i) = 180^\circ - \angle POR = \angle AOR$ 。

$$(5) \text{Arg}(w) = \angle COR = \angle COA + \angle AOR = \text{Arg}(z) + \text{Arg}(-2+3i) \circ$$