

正弦函數的圖形

◆ 座標平面有一個單位圓，以原點 $(0,0)$ 為圓心，A 點在此圓上繞原點旋轉，試回答下列問題：

1. 設 A 點從 B $(1,0)$ 開始以每秒 1 弧度等速率繞原點逆時針旋轉

(1)請問 3 秒之後 A 點逆時針旋轉了_____弧度。

(2)承(1)，請寫出 A 點的座標。

(3)若 A 點逆時針旋轉了 $\frac{2\pi}{3}$ 弧度，請問要花 _____秒的時間。

(4)承(3)，請寫出 A 點的座標。

(5)請問 A 繞單位圓一圈需要_____秒。(A 點繞一圈所需的時間稱為週期)

(6)設 t 秒後，請問 A 點逆時針旋轉了_____弧度。

(7)承(6)，請寫出 A 點的座標。

(8)考慮時間 t (秒)對應到 A 點 y 座標 $f(t)$ 的函數，請寫出 $f(t)$ 。

2. 設 A 點從 $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 開始以每秒 1 弧度等速率繞原點逆時針旋轉

(1) 一開始時，請問 $\angle BOA$ 為_____弧度。

(2) 若 A 點逆時針旋轉了 $\frac{2\pi}{3}$ 弧度，請問要花 _____ 秒的時間。

(3) 承(2)，此時 $\angle BOA$ 為_____弧度。

(4) 承(3)，請寫出 A 點的座標。

(5) 設 t 秒後，請問 A 點逆時針旋轉了 _____ 弧度。

(6) 承(5)，請寫出 A 點的座標。

(7) 考慮時間 t (秒)對應到 A 點 y 座標 $f(t)$ 的函數，請寫出 $f(t)$ 。

(8) 請問 A 繞單位圓一圈需要 _____ 秒。(A 點繞一圈所需的時間稱為週期)

3. 設 A 點從 B(1,0)開始以每秒 2π 弧度等速率繞原點逆時針旋轉

(1)請問 3 秒之後 A 點逆時針旋轉了 _____ 弧度。

(2)承(1)，請寫出 A 點的座標。

(3)若 A 點逆時針旋轉了 $\frac{2\pi}{3}$ 弧度，請問要花 _____ 秒的時間。

(4)承(3)，請寫出 A 點的座標。

(5)請問 A 繞單位圓一圈需要 _____ 秒。(A 點繞一圈所需的時間稱為週期)

(6)設 t 秒後，請問 A 點逆時針旋轉了 _____ 弧度。

(7)承(6)，請寫出 A 點的座標。

(8)考慮時間 t (秒)對應到 A 點 y 座標 $f(t)$ 的函數，請寫出 $f(t)$ 。

4. 設 A 點從 B(1,0)開始以每秒 ω 弧度等速率繞原點逆時針旋轉
(1)請問 3 秒之後 A 點逆時針旋轉了_____弧度。

(2)承(1)，請寫出 A 點的座標。

(3)若 A 點逆時針旋轉了 $\frac{2\pi}{3}$ 弧度，請問要花 _____ 秒的時間。

(4)承(3)，請寫出 A 點的座標。

(5)設 t 秒後，請問 A 點逆時針旋轉了 _____ 弧度。

(6)承(5)，請寫出 A 點的座標。

(7)考慮時間 t (秒)對應到 A 點 y 座標 $f(t)$ 的函數，請寫出 $f(t)$ 。

(8)請問 A 繞單位圓一圈需要 _____ 秒。(A 點繞一圈所需的時間稱為週期)

5. 設 A 點從 $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 開始以每秒 ω 弧度等速率繞原點逆時針旋轉

(1)一開始時，請問 $\angle BOA$ 為_____弧度。

(2)若 A 點逆時針旋轉了 $\frac{2\pi}{3}$ 弧度，請問要花 _____ 秒的時間。

(3) 承(2)，此時 $\angle BOA$ 為_____弧度。

(4)承(3)，請寫出 A 點的座標。

(5)設 t 秒後，請問 A 點逆時針旋轉了 _____ 弧度。

(6) 承(5)，請寫出 A 點的座標。

(7) 考慮時間 t (秒)對應到 A 點 y 座標 $f(t)$ 的函數，請寫出 $f(t)$ 。

(8) 請問 A 繞單位圓一圈需要 _____ 秒。(A 點繞一圈所需的時間稱為週期)

結論：

座標平面有一個單位圓，以原點 $(0,0)$ 為圓心，若 A 點從點 $B(\cos\alpha, \sin\alpha)$ 開始，以每秒 ω 弧度繞原點逆時針旋轉 t 秒，此時 A 點的座標可以表為 $(\cos(\alpha+\omega t), \sin(\alpha+\omega t))$ ，時間 t (秒)

對應到 A 點的 y 座標形成函數 $f(t) = \sin(\alpha+\omega t)$ ，A 點繞圓一周的時間 $\frac{2\pi}{\omega}$ 秒為週期，因此

函數 $f(t) = \sin(\alpha+\omega t)$ 為週期函數而且週期為 $\frac{2\pi}{\omega}$ 秒。

參考解答

1. [參考解答] :

- (1) 3 弧度 (2) $A(\cos 3, \sin 3)$ (3) $\frac{2\pi}{3}$ 秒 (4) $A(\cos \frac{2\pi}{3}, \sin \frac{2\pi}{3}) = A(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$
(5) 2π 秒 (6) t 弧度 (7) $A(\cos t, \sin t)$ (8) $f(t) = \sin t$

2. [參考解答] :

- (1) $\frac{\pi}{6}$ 弧度 (2) $\frac{2\pi}{3}$ 秒 (3) $\frac{5\pi}{6} (= \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3})$ 弧度 (4) $A(\cos \frac{5\pi}{6}, \sin \frac{5\pi}{6}) = A(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
(5) $\frac{\pi}{6} + t$ 弧度 (6) $A(\cos(\frac{\pi}{6} + t), \sin(\frac{\pi}{6} + t))$ (7) $f(t) = \sin(t + \frac{\pi}{6})$ (8) 2π 秒

3. [參考解答] :

- (1) 6 弧度 (2) $A(\cos 6, \sin 6)$ (3) $\frac{\pi}{3}$ 秒 (4) $A(\cos \frac{2\pi}{3}, \sin \frac{2\pi}{3}) = A(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$
(5) π 秒 ($= \frac{2\pi}{2}$) (6) $2t$ 弧度 (7) $A(\cos 2t, \sin 2t)$ (8) $f(t) = \sin 2t$

4. [參考解答] :

- (1) 3ω 弧度 (2) $A(\cos 3\omega, \sin 3\omega)$ (3) $\frac{2\pi}{3\omega}$ 秒 (4) $A(\cos \frac{2\pi}{3\omega}, \sin \frac{2\pi}{3\omega})$
(5) ωt 弧度 (6) $A(\cos \omega t, \sin \omega t)$ (7) $f(t) = \sin \omega t$ (8) $\frac{2\pi}{\omega}$ 秒

5. [參考解答] :

- (1) $\frac{\pi}{6}$ 弧度 (2) $\frac{2\pi}{3\omega}$ 秒 (3) $\frac{5\pi}{6} (= \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3})$ 弧度 (4) $A(\cos \frac{5\pi}{6}, \sin \frac{5\pi}{6}) = A(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
(5) $\frac{\pi}{6} + \omega t$ 弧度 (6) $A(\cos(\frac{\pi}{6} + \omega t), \sin(\frac{\pi}{6} + \omega t))$ (7) $f(t) = \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$ (8) $\frac{2\pi}{\omega}$ 秒