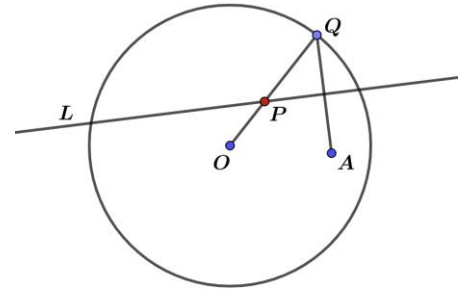


## 「橢圓圖形」動畫學習單

觀看「橢圓圖形」的動畫後，回答下列問題：

1. 如圖，圓  $O$  的圓心為  $O$  點，半徑為  $r$ ，圓內部一點  $A$ ，在圓  $O$  上任取一點  $Q$ ， $\overline{AQ}$  的中垂線  $M$  與  $\overline{OQ}$  交於一點  $P$ ，
  - (1)  $\overline{PA} + \overline{PO} =$  \_\_\_\_\_
  - (2) 當  $Q$  點在圓上移動時，所有的  $P$  點所形成的圖為為何？請說明理由。



2. 平面上二定點  $F_1, F_2$ ，若動點  $P$  滿足  $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$ ，試依下列的條件與步驟討論動點  $P$  所形成的圖形：
  - (1) 當  $2a > \overline{F_1F_2}$  時  
請在下圖中，任畫一點  $P$  可能的位置



所有  $P$  點所形成的圖形為何？

- (2) 當  $2a = \overline{F_1F_2}$  時  
請在下圖中，任畫一點  $P$  可能的位置



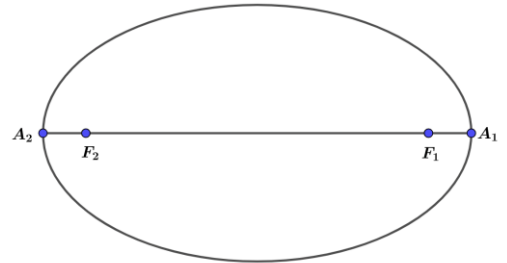
所有  $P$  點所形成的圖形為何？

- (3) 當  $2a < \overline{F_1F_2}$  時  
請在下圖中，任畫一點  $P$  可能的位置



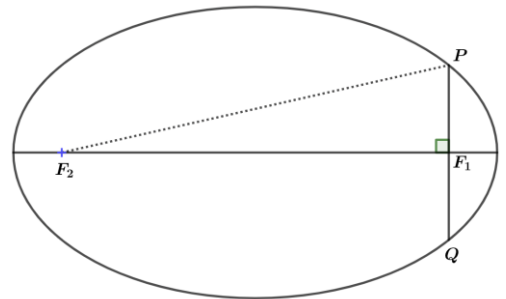
所有 P 點所形成的圖形為何？

3. 如圖， $F_1, F_2$  為橢圓  $\Gamma$  的兩焦點，橢圓  $\Gamma$  上任一點到兩焦點的距離和為  $2a$ ， $A_1, A_2$  為長軸的兩個頂點，試證：
- (1)  $\overline{AF_1} = \overline{AF_2}$
  - (2)  $A_1A_2 = 2a$



4. 如圖， $\overline{PQ}$  為橢圓  $\Gamma$  的正焦弦(過焦點且與長軸垂直的弦)，其中  $F_1, F_2$  為  $\Gamma$  的兩焦點，且橢圓的長軸長  $= 2a$ ，短軸長  $= 2b$ ，由對稱性可知  $\overline{PF_1} = \overline{QF_1}$ 。

試證：正焦弦長  $\overline{PQ} = \frac{2b^2}{a}$



5. 已知橢圓  $\Gamma$  的兩個焦點為  $F_1(0, 0), F_2(6, 8)$ ，且橢圓  $\Gamma$  上任一點到兩焦點的距離和為 14，試求：
- (1) 橢圓的中心坐標
  - (2) 長、短軸所在的直線方程式
  - (3) 長軸長、短軸長與正焦弦長
  - (4) 長軸頂點坐標

6. 平面上給定二定點 $F_1(c, 0)$ ,  $F_2(-c, 0)$ , 動點 P 滿足 $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$ , 且 $2a > 2c$ , 試求動點 P 的軌跡方程式。