

【大數法則學習單】硬幣裡的秩序：探索大數法則

班級：__ 座號：__ 姓名：__ 日期：_____

"As the number of trials increases, the actual probability approaches the theoretical probability."

學習目標

1. 透過觀察投擲硬幣的實驗數據，理解**相對次數（頻率）與機率**的關係。
2. 能繪製折線圖，觀察數據隨試驗次數增加的變化趨勢。
3. 探討「大數法則」的意義，並連結至現代科技（AI）的應用。

第一部分：實驗前的直覺預測

在觀看影片或進行實驗前，請運用你的直覺回答下列問題：

1. **少量的隨機**：如果只投擲 10 次硬幣，你認為出現正面的次數一定是 5 次嗎？
 - 一定是 5 次
 - 不一定，可能是 0 到 10 次之間的任何數字
 - 應該很接近 5 次，但會有波動
2. **大量的隨機**：如果投擲次數增加到 10,000 次，你認為「正面出現的比例」會發生什麼變化？
 - 比例會隨機亂跳，沒有規律
 - 比例會越來越接近 0.5
 - 正面次數會剛好等於反面次數

第二部分：實驗操作與紀錄

請專注觀看實驗影片（或進行分組擲幣實驗），記錄下不同階段的數據。

- P 計算方式： $P = \frac{k}{n}$ （請四捨五入至小數點後三位）

階段	累積投擲次數 (n)	累積正面次數 (k)	正面相對頻率 ($P = k/n$)	與理論機率 0.5 的差距 ($ P - 0.5 $)
1	10			
2	50			
3	100			
4	500			
5	1000			
6	10000			

第三部分：數據視覺化

請利用上表的數據，在下方座標圖中描點並連線，畫出「正面相對頻率」隨次數增加的變化。（請在圖上用紅筆畫出一條 $y = 0.5$ 的水平虛線作為基準）

- 縱軸 (y)：正面相對頻率（範圍 0.0 ~ 1.0）
- 橫軸 (x)：累積投擲次數 (n)

(此處請學生自行繪製折線圖，或由老師提供方格紙)

觀察重點：隨著 x 軸（次數）往右延伸，你畫的折線與紅色虛線 ($y=0.5$) 的距離發生了什麼變化？

第四部分：問題探索與深度討論

請根據你的觀察與數學思考，回答下列問題：

問題探討	我的想法與推論
<p>Q1. 「次數」與「頻率」的關係</p> <p>當投擲次數很少時（如前 10 次），相對頻率的波動是大還是小？當次數非常多時，波動又是如何？</p>	
<p>Q2. 拆解迷思：絕對誤差 vs 相對誤差</p> <p>隨著次數增加，「相對頻率 k/n」越來越接近 0.5。但「正面次數」與「反面次數」的實際數量差也會越來越接近 0 嗎？</p>	
<p>Q3. 賭徒謬誤 (Gambler's Fallacy)</p> <p>如果前 10 次都出現「正面」，第 11 次出現「反面」的機率會不會變大？為什麼？</p>	

第五部分：科學新知與 AI 連結

思考主題	討論與反思
<p>AI 為什麼需要「大數據」？</p> <p>ChatGPT 等 AI 模型本質是機率預測機器。如果在資料量不足（像只投 10 次硬幣）的情況下訓練 AI，它的回答會準確嗎？這如何解釋科學家對 Big Data 的追求？</p>	