

# 110 年度師資培育之大學數學領域教學研究中心

## 結合數位科技的數學概念研究計畫—教學動畫影片研發

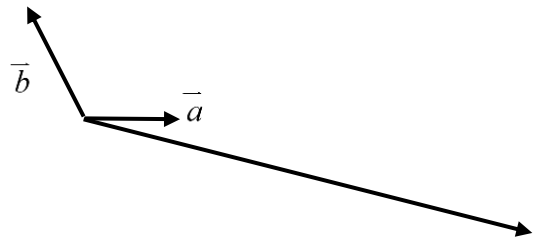
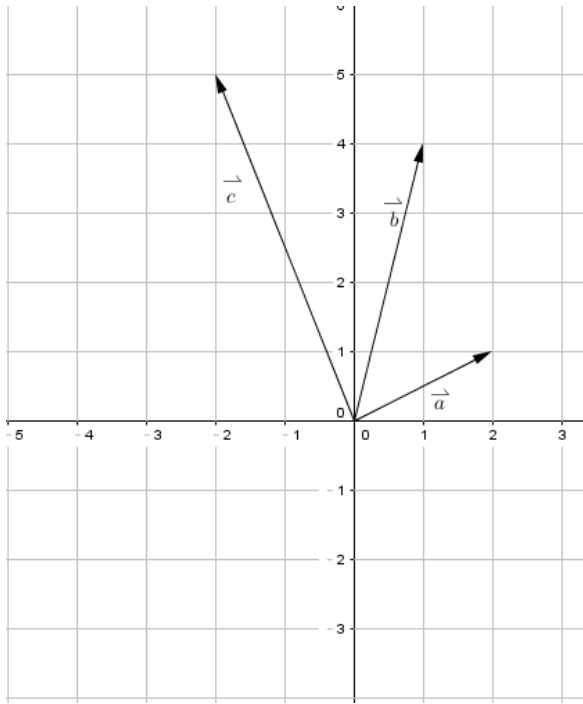
教師：蘇麗敏

|   |   |
|---|---|
| <b>課程名稱</b>   | <b>向量線性組合與克拉瑪公式的幾何意涵</b>  |
| <b>設計理念</b><br>(授課年級、學習目標等)   | 1. 授課年級與時數：11 年級數 A 課程。<br>2. 教學目標：<br>藉由動畫呈現二元聯立方程組與向量線性組合概念的幾何呈現，連結到平行四邊形面積，進而推導出克拉瑪公式。 |
| <b>教學大綱</b>   |   |
| 1. <b>理解線性組合的意涵</b><br>藉由動手畫畫看，理解平面上任一向量皆可表為不平行兩向量的線性組合。<br>2. <b>二元聯立方程組與線性組合的關係</b><br>將二元聯立方程組轉換成向量線性組合表示，因此方程組的求解相當於求線性組合表示法。<br>3. <b>透過觀察動畫影片，理解克拉瑪公式</b><br>學生由動畫影片的陳述，理解求線性組何表示法可轉換為平行四邊形面積的比例，平行四邊形面積又可以行列式表之，進而理解克拉瑪公式。<br>4. <b>克拉瑪公式幾何意涵</b><br>透過作業練習，讓學生再一次體會克拉瑪公式的幾何意涵，加強內化概念。 |   |
| <b>課程學習單</b>  |   |
| 學習單一：線性組合練習。<br>學習單二：克拉瑪公式幾何意涵練習。   |   |

附錄(一)：線性組合學習單

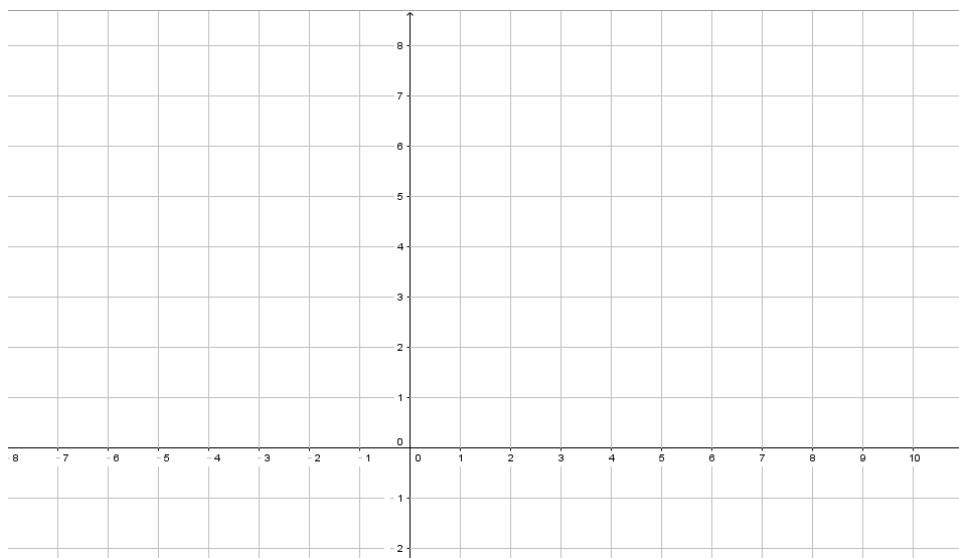
【性質】若  $\vec{a}, \vec{b}$  不平行，則平面上任一向量皆可表為  $\vec{a}, \vec{b}$  的線性組合，即任給向量  $\vec{c}$ ，存在實數  $x, y$ ，使得  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，且  $x, y$  為唯一的實數。

問題 1. 請依「向量線性組合」影片中的方法，將  $\vec{c}$  表為  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，畫出  $x\vec{a}$  及  $y\vec{b}$ 。



問題 2.  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (3, -1)$ ,  $\vec{c} = (0, 5)$ ，因為  $\vec{a}, \vec{b}$  不平行，所以存在唯一的

實數  $x, y$ ，使得  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，試在下列平面上，畫出  $x\vec{a}$  及  $y\vec{b}$  並求出  $x, y$  值。



附錄(二)：克拉瑪公式幾何意涵學習單

【概念說明】將二元聯立方程式  $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 5x + 4y = 16 \end{cases}$  以向量表示。

設  $\vec{a} = (3, 5)$ ,  $\vec{b} = (-2, 4)$ ,  $\vec{c} = (3, 16)$ , 則  $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c}$ ,

即  $x(3, 5) + y(-2, 4) = (3, 16)$ , 其中  $x$  與  $y$  的解即為  $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 5x + 4y = 16 \end{cases}$  的解,

我們稱這個二元聯立方程式的向量表示法為  $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c}$ 。

問題 1. 試說明「克拉瑪公式幾何意涵」影片中，藍色平行四邊形面積為何與紅色平行四邊形面積相等？

答：

問題 2. 「克拉瑪公式幾何意涵」影片中，若  $\vec{a} = (3, 5)$ ,  $\vec{b} = (-2, 4)$ ,  $\vec{c} = (3, 16)$ , 請以行列式表示下列平行四邊形的面積。

(1)  $\vec{a}, \vec{b}$  (黃色)所形成的平行四邊形面積為 \_\_\_\_\_。

(2)  $x\vec{a}, \vec{b}$  (藍色)所形成的平行四邊形面積為 \_\_\_\_\_。

(3)  $\vec{c}, \vec{b}$  (紅色)所形成的平行四邊形面積為 \_\_\_\_\_。

(4) 請將  $x$  寫成哪兩個行列式的比值 \_\_\_\_\_。

問題 3. 請依「克拉瑪公式幾何意涵」影片的方法，若  $\vec{a} = (3, 5)$ ,  $\vec{b} = (-2, 4)$ ,  $\vec{c} = (3, 16)$ , 畫出  $y$  可以表為哪兩塊平行四邊形的面積的比值，並將  $y$  以兩個行列式的比值表示。