

110 年度師資培育之大學數學領域教學研究中心

結合數位科技的數學概念研究計畫—教學動畫影片研發

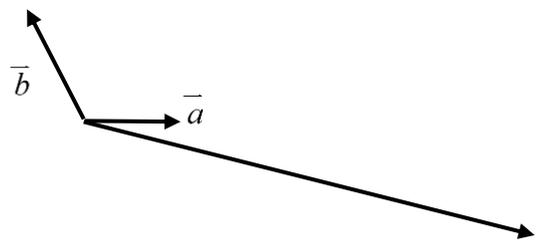
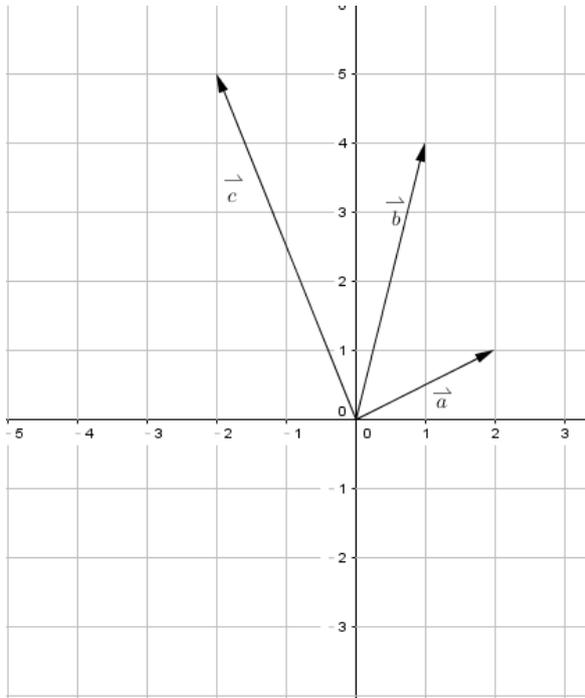
教師：蘇麗敏

課程名稱	向量線性組合與克拉瑪公式的幾何意涵
設計理念 (授課年級、 學習目標等)	1. 授課年級與時數：11 年級數 A 課程。 2. 教學目標： 藉由動畫呈現二元聯立方程組與向量線性組合概念的幾何呈現，連結到平行四邊形面積，進而推導出克拉瑪公式。
教學大綱	
1. 理解線性組合的意涵 藉由動手畫畫看，理解平面上任一向量皆可表為不平行兩向量的線性組合。 2. 二元聯立方程組與線性組合的關係 將二元聯立方程組轉換成向量線性組合表示，因此方程組的求解相當於求線性組合表示法。 3. 透過觀察動畫影片，理解克拉瑪公式 學生由動畫影片的陳述，理解求線性組何表示法可轉換為平行四邊形面積的比例，平行四邊形面積又可以行列式表之，進而理解克拉瑪公式。 4. 克拉瑪公式幾何意涵 透過作業練習，讓學生再一次體會克拉瑪公式的幾何意涵，加強內化概念。	
課程學習單	
學習單一：線性組合練習。 學習單二：克拉瑪公式幾何意涵練習。	

附錄(一)：線性組合學習單

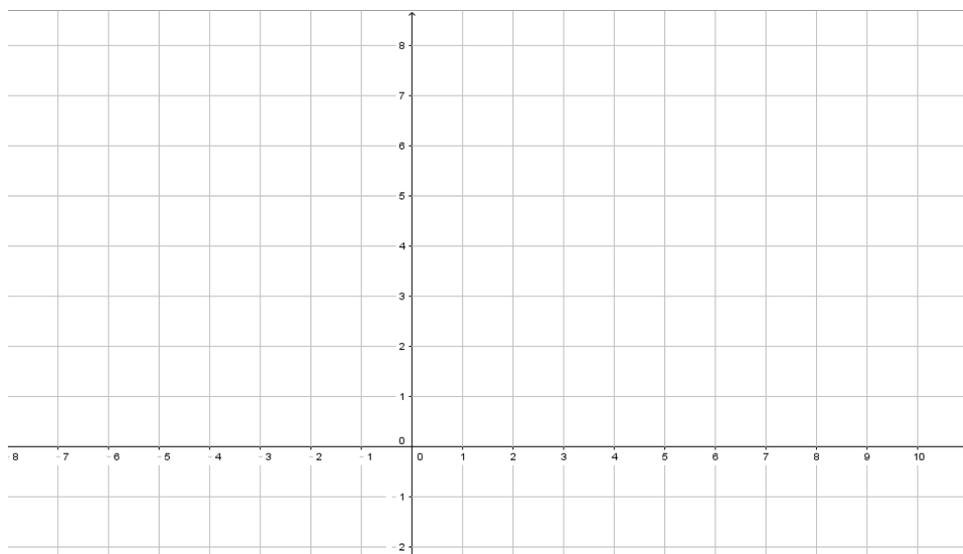
【性質】若 \vec{a}, \vec{b} 不平行，則平面上任一向量皆可表為 \vec{a}, \vec{b} 的線性組合，即任給向量 \vec{c} ，存在實數 x, y ，使得 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，且 x, y 為唯一的實數。

問題 1. 請依「向量線性組合」影片中的方法，將 \vec{c} 表為 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，畫出 $x\vec{a}$ 及 $y\vec{b}$ 。



問題 2. $\vec{a} = (2, 1), \vec{b} = (3, -1), \vec{c} = (0, 5)$ ，因為 \vec{a}, \vec{b} 不平行，所以存在唯一的

實數 x, y ，使得 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，試在下列平面上，畫出 $x\vec{a}$ 及 $y\vec{b}$ 並求出 x, y 值。



附錄(二)：克拉瑪公式幾何意涵學習單

【概念說明】將二元聯立方程式 $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 5x + 4y = 16 \end{cases}$ 以向量表示。

設 $\vec{a} = (3, 5)$, $\vec{b} = (-2, 4)$, $\vec{c} = (3, 16)$, 則 $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c}$,

即 $x(3, 5) + y(-2, 4) = (3, 16)$, 其中 x 與 y 的解即為 $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 5x + 4y = 16 \end{cases}$ 的解,

我們稱這個二元聯立方程式的向量表示法為 $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c}$ 。

問題 1. 試說明「克拉瑪公式幾何意涵」影片中，藍色平行四邊形面積為何與紅色平行四邊形面積相等？

答：

問題 2. 「克拉瑪公式幾何意涵」影片中，若 $\vec{a} = (3, 5)$, $\vec{b} = (-2, 4)$, $\vec{c} = (3, 16)$, 請以行列式表示下列平行四邊形的面積。

(1) \vec{a}, \vec{b} (黃色)所形成的平行四邊形面積為 _____。

(2) $x\vec{a}, \vec{b}$ (藍色)所形成的平行四邊形面積為 _____。

(3) \vec{c}, \vec{b} (紅色)所形成的平行四邊形面積為 _____。

(4) 請將 x 寫成哪兩個行列式的比值 _____。

問題 3. 請依「克拉瑪公式幾何意涵」影片的方法，若 $\vec{a} = (3, 5)$, $\vec{b} = (-2, 4)$, $\vec{c} = (3, 16)$, 畫出 y 可以表為哪兩塊平行四邊形的面積的比值，並將 y 以兩個行列式的比值表示。