

107 學年度全國高中數學科能力競賽決賽

筆試試題 (二)

注意事項：

- (1) 時間分配：2 小時 (16:00~18:00)。
- (2) 配分：每題皆為 7 分。
- (3) 不可使用計算器。

一、設 P 為 $\triangle ABC$ 的內部一點，滿足 $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$ 且 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{PC}}$ 。

試證： $\angle APB - \angle ACB = \angle APC - \angle ABC$ 。

二、已知 a, b, c 都大於 -1 ，試證： $\frac{1+a^2}{1+b+c^2} + \frac{1+b^2}{1+c+a^2} + \frac{1+c^2}{1+a+b^2} \geq 2$ 。

三、試確認所有正整數 n ，使得方程式

$$x + y + z = n\sqrt{xyz}$$

有正整數解 x, y, z 。