

109 學年度普通型高級中等學校數學科能力競賽試題

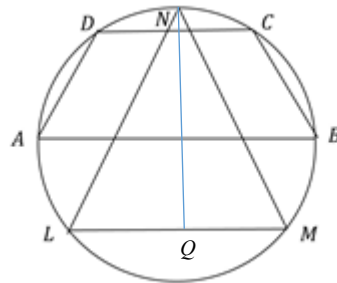
第 6 區(屏東高中) 筆試(一) 編號：_____

注意事項：

- (1) 時間分配：2 小時。
- (2) 本試卷共 4 題，滿分 49 分。第一題 12 分，第二題 12 分，第三題 12 分，第四題 13 分。
- (3) 將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4) 不可使用電算器
- (5) 試題與答案一同繳回。

一、證明：若自然數 n 不被 5 整除，則 $n^8 + 3n^4 - 4$ 可被 100 整除。

二、在圓內接一個梯形 ABCD 如下圖，又內接一個三角形 MNL，其邊平行梯形的邊，也就是 $AB \parallel CD \parallel LM$ ， $AD \parallel LN$ ， $BC \parallel MN$ ，作 $NQ \perp LM$ 交 LM 於 Q。已知 $\angle NML = 60^\circ$ ， $QM = 2$ ，AB 為圓的直徑。試求梯形 ABCD 的面積。



三、將 1, 2, 3, 4, 5 這五個整數排成一排，且其中任意連續三個數之和都被這三個數中的第一個數整除。

- a. 若最後一個數是奇數，則滿足條件的排法有多少，
- b. 若最後一個數是偶數，則滿足條件的排法有多少。

四、令 $\log_2(x+2y) + \log_2(x-2y) = 2$ ，試證 $x-y \geq \sqrt{3}$ 。