

109 學年度北二區(新竹高中)
普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(二) 試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題3分，滿分為21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將演算結果依序填寫在答案欄內。

問題：

1. 超過2020的正整數中，恰有14個正因數的最小數是 (一) 。
2. 設正方形 $ABCD$ 內接於圓 O ，點 P 為圓 O 上一點，且 \overline{AP} 交對角線 \overline{BD} 於 E 點， \overline{BP} 交對角線 \overline{AC} 於 F 點。若 $\frac{DE}{EB} = \frac{1}{2}$ ，則 $\frac{CF}{FA}$ 之值為 (二) 。
3. 現有 A 、 B 兩個水桶，我們利用以下規則交換兩個水桶的水：我們從 A 水桶取出 $\frac{2}{3}$ 的水，從 B 水桶取出全部的水，並且將這些取出來的水倒入另一個水桶。現在假設 A 水桶裝水1公升， B 水桶裝水2公升，不斷重複上述規則，請問 A, B 兩水桶的水量分別會趨近為 (三) 。
4. 設 O 為原點， P, Q 為橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上的兩個動點，且滿足 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$ ，求 O 到直線 PQ 的距離為 (四) 。
5. 設 x, y 為實數。已知 $y^2 \geq 1$ 且滿足 $(\sqrt{1+x^2}-x)(y-\sqrt{y^2-1}) = 1$ ，試求 $x^2 - y^2 =$ (五) 。
6. 設 $f(x)$ 為次數不超過二次的實係數多項式，且 $(x^2+x+1)f(x)$ 除以 x^3-2x^2-x-3 的餘式為1，則 $f(x) =$ (六) 。
7. 某次球賽中有八隊參加，任兩隊比賽一場，勝者得2分，負者得0分，平手各得1分。若某隊總分至少要贏過4個隊，則該隊總分至少要是 (七) 分。