

109 學年度北二區(新竹高中)  
普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽  
數學科筆試(一) 試題

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

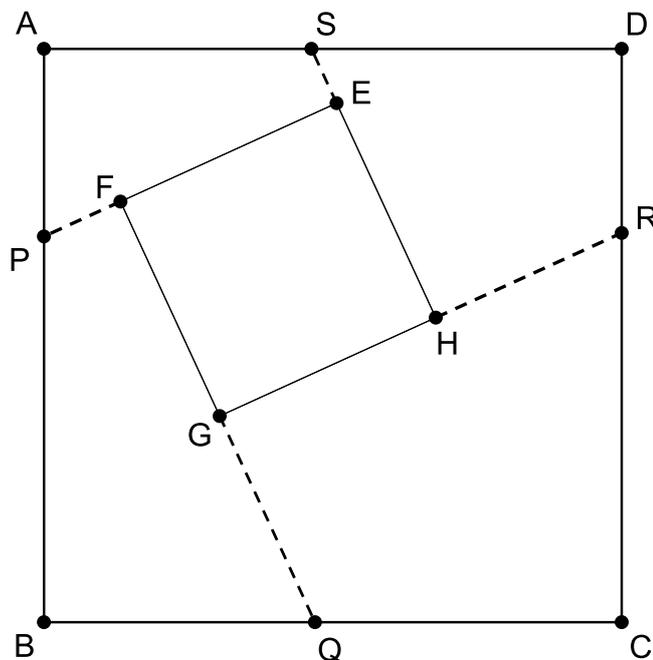
**注意事項：**

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分為49分。
2. 考試時間：2小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將演算過程依序填寫在答案卷內。

**問題一：** 如下圖，一大正方形  $ABCD$  內有一小正方形  $EFGH$ ，延長射線  $EF, FG, GH, HE$  與大正方形  $ABCD$  的四邊依序交於  $P, Q, R, S$  點，求證：

1.  $\overline{PR} \perp \overline{SQ}$ .

2.  $\overline{PR} = \overline{SQ}$ .



(16分)

**問題二：** 今有兩種拼片可使用：由三個單位正方形構成的  $L$  形拼片，以及  $2 \times 2$  的正方形拼片。拼片皆可以任意旋轉或翻轉，但不能重疊，兩種拼片數量皆足夠。已知選用了一些拼片恰好可拼滿  $7 \times 9$  的矩形，其中  $2 \times 2$  的拼片使用了  $n$  個 ( $n \geq 0$ )。

1. 試找出  $n = 3$  的一種拼法。
2. 求出所有可能的  $n$  值。

(16 分)

**問題三：** 設  $a_1, a_2, \dots, a_n$  為  $n$  個均大於 1 的實數，試證：

$$\frac{a_1^2}{a_2 - 1} + \frac{a_2^2}{a_3 - 1} + \frac{a_3^2}{a_4 - 1} + \cdots + \frac{a_{n-1}^2}{a_n - 1} + \frac{a_n^2}{a_1 - 1} \geq 4n.$$

(17 分)