

# 109學年度高級中學數學學科能力競賽

中投區複賽試題（二） 編號：\_\_\_\_\_

（時間一小時）

注意事項：

1. 本試卷共七題**填充題**，每題3分，滿分為21分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

一、設 $\triangle ABC$ 滿足 $\cos A : \cos B : \cos C = 1 : 1 : 2$ ，求 $\sin A$ 。

二、路邊一排10格的停車位恰好停滿車，其中小車停一格，大車停兩格，每台小車至少與另一台小車相連。若小車皆看成相同，大車彼此也看成相同，則滿足上述條件的停車方式有幾種？

三、設 $s$ 為正整數，若恰有23個完全平方數 $t^2$ 滿足 $s \leq t^2 \leq s + 2012$ ，求 $s$ 的最小值。

四、有900個實數，每個數的絕對值不超過 $2/3$ 且它們的立方和是0，求它們和的最大值。

五、設正實數 $x, y$ 滿足
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2 y^4}} = 8 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases}$$
，求 $x^4 + y^4$ 之值。

六、設 $x, y$ 為實數且 $|x| > |y|$ ，若 $\frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$ ，求 $\frac{y}{x}$ 之值。

七、一個凸四邊形 $ABCD$ 如圖所示，其中 $\angle ABC = 135^\circ$ ， $\angle BCD = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = \sqrt{6}$ ， $\overline{BC} = 6 - \sqrt{3}$ ， $\overline{CD} = 6$ ，求 $\overline{AD}$ 之長度。

