

109 學年度北一區（花蓮高中）  
普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽

數學科口試試題

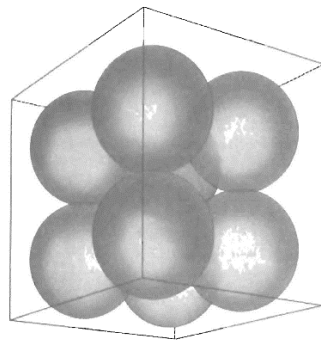
編號：\_\_\_\_\_（學生自填）

注意事項：

1. 本口試卷共 2 題，思考時間 15 分鐘；參賽者可先在本試卷上作答，口試時請攜帶本試卷應試，口試答辯時間 15 分鐘，並繳回本試卷。
2. 本項測驗著重解題技巧、表達能力與邏輯思維，參賽者不需要太專注於計算的精確度。

【口試一】

如下圖，邊長 4 的正方體內擺放八個半徑相同的球體，在此八個球體半徑最大的情形下，在他們中間放置一個小球，求此小球的最大半徑。



【解答】定座標，可得最大半徑為  $\sqrt{3}-1$ 。

### 【口試二】

- (a) 直角坐標平面上取三個不共線的有理點，請說明通過這三點的圓之圓心也是有理點。
- (b) 在球面任意取相異的五個點，請說明至少有四個點落在這個球的某個大半球(含邊界)上面。

### 【解答】

- (a) 任取兩點與球心決定一個球的大圓，剩下的三個點由鴿籠原理至少有兩點在其中之一半球(含邊界)上。
- (b) 考慮  $\overline{AB}, \overline{BC}$  之中垂線，其方程式均為有理係數，故其交點(即圓心)必為有理點。

